

基于多中继的双向 OFDM 系统资源分配算法

梁轩伟^{1,2}, 朱琦^{1,2}, 梁广俊^{1,2}

(1. 南京邮电大学江苏省无线通信重点实验室, 江苏 南京 210003; 2. 教育部宽带无线通信与传感网技术重点实验室, 江苏 南京 210003)

摘 要: 在双向多中继 OFDM 网络中, 提出了一种高信噪比下的功率分配与子载波配对的联合算法, 与传统的基于中继选择的算法不同, 允许所有中继转发同一子载波对, 从而提高系统的额外分集增益。该算法在系统总功率受限的条件下, 首先应用柯西不等式优化分配了所有中继总功率为定值时各个中继的最优功率, 简化原有的最优系统模型; 再应用二分法, 通过最大化不同子载波对下的等效信道增益计算出源节点与中继节点的功率分配; 最后通过凸规划分配不同子载波对的功率, 并应用匈牙利算法进行子载波配对, 获得最大的系统容量。由于双向多中继网络中功率分配算法过于复杂, 目前尚没有计算复杂度较低的最优功率分配方式, 该算法大大降低了功率分配的复杂度, 并通过仿真结果表明其性能优于最优单中继选择算法和基于中继选择的功率分配算法。

关键词: OFDM; 双向多中继; 功率分配; 子载波配对

中图分类号: TN92

文献标识码: A

Resource allocation scheme in two-way multi-relay OFDM system

LIANG Xuan-wei^{1,2}, ZHU Qi^{1,2}, LIANG Guang-jun^{1,2}

(1. Jiangsu Province Key Lab of Wireless Communications, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China;

2. Key Lab on Wideband Wireless Communications and Sensor Network Technology of Ministry of Education, Nanjing 210003, China)

Abstract: A joint optimization scheme for power allocation and subcarrier pairing under high SNR in two-way multi-relay OFDM system was proposed. Unlike those schemes in which relays use subcarriers separately, all the relays were allowed to forward signal on each subcarrier pair for providing much space diversity. With the constraint of total system power, the proposed scheme firstly allocated each relay power with Cauchy inequality with the assuming that the total relay power was fixed. Then the dichotomy was used to calculate the power allocation between the source node and the relay node by maximizing the equivalent channel gain for different subcarrier pairs. Lastly, the power of different subcarrier pairs was allocated by convex programming, and the subcarriers were paired by Hungarian algorithm to obtain the maximum system capacity. There was no optimal power allocation method with low complexity because of the complexity of the power allocation algorithm in two-way multi-relay networks. This algorithm greatly reduces the complexity of power allocation and simulation results show that the proposed scheme outperforms the relay selection scheme and the relays use subcarriers separately scheme.

Key words: OFDM, two-way multi-relay, power allocation, subcarrier pairing

1 引言

在协同通信的模型中, 一组中继将从源节点接收到的信号转发给目的节点, 它不仅可以降低信号的中

断概率, 同时也使接收端获得了空间分集增益。然而, 实际应用的中继模型一般采用半双工技术, 在同一时间段内, 中继要么接收信号, 要么发送信号, 这就造成了系统的总频谱效率降低一半。为了避免这种频谱效率的

收稿日期: 2016-10-06; 修回日期: 2017-01-19

通信作者: 朱琦, zhuqi@njupt.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61571234, No.61631020); 国家重点基础研究发展计划 (“973” 计划) 基金资助项目 (No.2013CB329005)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61571234, No.61631020), The National Basic Research Program of China (973 Program) (No.2013CB329005)

损失，双向传输的中继技术被人们广泛研究^[1,2]。

文献[3]研究了双向多中继场景下的资源分配算法，优化了源节点与各个中继节点的功率。文献[4]提出了一种中继选择算法，在总功率受限的条件下，先在多个中继中选择出最优的中继，再通过功率分配算法获得最大的系统输出信噪比。单中继选择虽然简化了系统的优化模型，但是同样去除了接收端可以获得的信号分集增益，并非最优算法。将双向中继技术应用于多载波的 OFDM 系统中更是一种挑战。文献[5]研究了多中继多载波场景下的基于中继选择的功率分配与子载波配对算法，提出了一种在总功率受限或各个节点独立功率受限时，最大化系统传输速率的算法，但没有充分利用中继的分集增益。文献[6]则提出了一种双向多中继多用户 OFDM 系统下的资源分配算法。除了文献[5]中要优化的 3 种系统资源，该算法还考虑了不同用户对子载波对的选择，但同样浪费了多中继的分集作用。为了避免中继之间的干扰，大部分对多中继 OFDM 系统资源分配算法的研究都是基于中继选择算法进行的，不同的中继将使用不同的子载波对，同一子载波对仅通过某一个中继进行转发。

与基于中继选择的资源分配算法不同，本文提出了一种将一个子载波对分配给多个中继节点的功率分配与子载波配对联合算法。算法中多中继转发相同子载波对时，所有中继都将占用所有子载波对，同一子载波对通过所有中继进行转发，这种做法虽然增加了多中继 OFDM 系统优化问题的复杂度，却提高了系统由中继带来的分集增益。本算法在系统总功率受限的条件下，首先应用柯西不等式优化分配了所有中继总功率为定值时各个中继的最优功率，简化原有的最优系统模型；再应用二分法，通过最大化子载波对下等效信道增益计算出源节点与中继节点的功率分配，最后通过凸规划分配不同子载波对的功率，并结合子载波配对获得系统的最大容量。仿真结果表明，与最优单中继选择算法和基于中继选择的算法相比，平均信道容量明显提高。

2 系统模型

2.1 中继模型

本文研究的两跳双向多中继 OFDM 系统模型如图 1 所示，2 个用户节点 S_1 与 S_2 通过 K 个双向中继节点进行通信，传输带宽被分为 N 个子载波，每个子载波均分系统带宽并且经历独立的瑞利衰落。

所有中继节点都采用半双工的 AF 中继方式，并且可以获得所有子载波的瞬时信道信息。系统的通信过程分为 2 个时隙，在第 1 时隙内，所有中继节点接收从用户节点 S_1 与 S_2 广播发送的信号，并将接收到的信号合并；在第 2 时隙内，所有中继节点放大接收到的信号，然后通过与第 1 时隙匹配的子载波转发给 2 个用户节点。

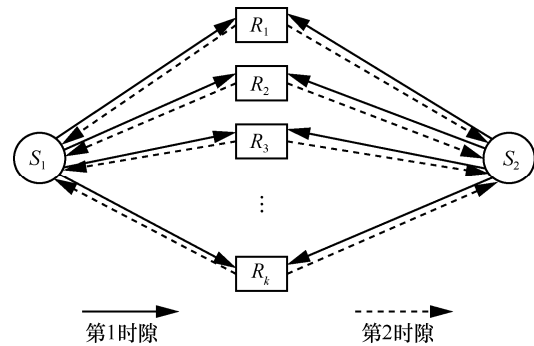


图 1 双向多中继 OFDM 系统模型

对第 k 个中继 R_k 而言，不妨假设第 1 个时隙内用第 i 个子载波接收信号，第 2 个时隙内用第 j 个子载波转发信号，并将这一子载波对记为 $SP(i, j)$ ，那么该中继 R_k 在第 1 个时隙内收到的信号为

$$y_{i,j}^k = \sqrt{P_{i,j}^{s_1}} h_{i,j}^k s_1 + \sqrt{P_{i,j}^{s_2}} g_{i,j}^k s_2 + n_{i,j}^k \quad (1)$$

其中， s_1 与 s_2 分别表示 2 个用户发送的信号，且功率归一化为 1； $P_{i,j}^{s_1}$ 与 $P_{i,j}^{s_2}$ 分别表示 2 个用户的发送功率； $h_{i,j}^k$ 与 $g_{i,j}^k$ 分别表示 2 个用户与中继 R_k 之间的信道增益，假设其均服从零均值的复高斯分布，方差分别为 $\sigma_{i,j}^{s_1,k}$ 与 $\sigma_{i,j}^{s_2,k}$ ； $n_{i,j}^k$ 为中继 R_k 处的加性高斯白噪声，其方差为 $\sigma_{i,j}^k$ 。

2.2 问题描述

在第 2 个时隙，中继将接收到的信号放大转发给 2 个用户，假设在第 1 与第 2 个时隙内，信道状态不发生改变，那么对子载波对 $SP(i, j)$ 而言，用户 S_1 收到的信号为

$$y_{i,j}^1 = \sum_{k=1}^K y_{i,j}^k \beta_{i,j}^k h_{i,j}^k + n_{i,j}^{s_1} \quad (2)$$

其中， $n_{i,j}^{s_1}$ 表示用户接收节点 S_1 处的加性高斯白噪声，其方差为 $\sigma_{i,j}^{s_1}$ ， $\beta_{i,j}^k$ 表示功率放大因子，用 $P_{i,j}^k$ 表示中继转发信号时的发送功率，则 $\beta_{i,j}^k$ 的表达式为

$$\beta_{i,j}^k = \sqrt{\frac{P_{i,j}^k}{P_{i,j}^{s_1} |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^{s_2} |g_{i,j}^k|^2 + \sigma_{i,j}^k}} \quad (3)$$

将式(1)与式(3)代入式(2)，可以得到

$$y_{i,j}^1 = \sum_{k=1}^K \frac{\sqrt{P_{i,j}^k} h_{i,j}^k}{\sqrt{P_{i,j}^{s_1} |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^{s_2} |g_{i,j}^k|^2 + \sigma_{i,j}^k}} \cdot (\sqrt{P_{i,j}^{s_1}} h_{i,j}^k s_1 + \sqrt{P_{i,j}^{s_2}} g_{i,j}^k s_2 + n_{i,j}^k) + n_{i,j}^{s_1} \quad (4)$$

其中，括号内的第 1 项是用户 S_1 在第 1 时隙内发送的信号，可以通过编码技术将这项干扰完全消除，消除掉这项子干扰后，用户 S_1 在子载波对 $SP(i, j)$ 下的接收信噪比为

$$SNR_{i,j}^1 = \frac{P_{i,j}^{s_2} \left| \sum_{k=1}^K \frac{\sqrt{P_{i,j}^k} h_{i,j}^k g_{i,j}^k}{\sqrt{P_{i,j}^{s_1} |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^{s_2} |g_{i,j}^k|^2 + \sigma_{i,j}^k}} \right|^2}{\sigma_{i,j}^{s_1} + \sum_{k=1}^K \left| \frac{\sqrt{P_{i,j}^k} h_{i,j}^k}{\sqrt{P_{i,j}^{s_1} |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^{s_2} |g_{i,j}^k|^2 + \sigma_{i,j}^k}} \right|^2 \sigma_{i,j}^k} \quad (5)$$

应用同样的方法，可以得到用户 S_2 接收到的信号为

$$y_{i,j}^2 = \sum_{k=1}^K \frac{\sqrt{P_{i,j}^k} g_{i,j}^k}{\sqrt{P_{i,j}^{s_1} |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^{s_2} |g_{i,j}^k|^2 + \sigma_{i,j}^k}} \cdot (\sqrt{P_{i,j}^{s_1}} h_{i,j}^k s_1 + \sqrt{P_{i,j}^{s_2}} g_{i,j}^k s_2 + n_{i,j}^k) + n_{i,j}^{s_2} \quad (6)$$

其中， $n_{i,j}^{s_2}$ 表示用户接收节点 S_2 处的加性高斯白噪声。

用户 S_2 的接收信噪比为

$$SNR_{i,j}^2 = \frac{P_{i,j}^{s_1} \left| \sum_{k=1}^K \frac{\sqrt{P_{i,j}^k} h_{i,j}^k g_{i,j}^k}{\sqrt{P_{i,j}^{s_1} |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^{s_2} |g_{i,j}^k|^2 + \sigma_{i,j}^k}} \right|^2}{\sigma_{i,j}^{s_2} + \sum_{k=1}^K \left| \frac{\sqrt{P_{i,j}^k} g_{i,j}^k}{\sqrt{P_{i,j}^{s_1} |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^{s_2} |g_{i,j}^k|^2 + \sigma_{i,j}^k}} \right|^2 \sigma_{i,j}^k} \quad (7)$$

其中， $\sigma_{i,j}^{s_2}$ 表示该噪声的方差。

根据香农公式，子载波对 $SP(i, j)$ 下的系统容量为^[7]

$$R_{i,j} = \frac{1}{2} \text{lb}(1 + SNR_{i,j}^1) + \frac{1}{2} \text{lb}(1 + SNR_{i,j}^2) \quad (8)$$

由于式(8)中双向多中继 OFDM 系统的容量表达式过于复杂，为了降低运算复杂度，假设 $\sigma_{i,j}^k = \sigma_{i,j}^{s_1} = \sigma_{i,j}^{s_2} = N_0$ ，使 2 个用户节点的发射功率相同，即 $P_{i,j}^{s_1} = P_{i,j}^{s_2} = P_{i,j}^s$ ，并定义

$$l_{i,j}^k = \max(h_{i,j}^k, g_{i,j}^k) \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \quad (9)$$

可以得到

$$SNR_{i,j}^1 = SNR_{i,j}^2 = SNR_{i,j}$$

$$= \frac{P_{i,j}^s \left| \sum_{k=1}^K \frac{\sqrt{P_{i,j}^k} h_{i,j}^k g_{i,j}^k}{\sqrt{P_{i,j}^{s_1} |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^{s_2} |g_{i,j}^k|^2 + N_0}} \right|^2}{N_0 + \sum_{k=1}^K \left| \frac{\sqrt{P_{i,j}^k} l_{i,j}^k}{\sqrt{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}} \right|^2 N_0} \quad (10)$$

将式(10)代入式(8)得

$$R_{i,j} = \text{lb}(1 + SNR_{i,j}) \quad (11)$$

所以，本文研究的两跳双向多中继 OFDM 系统容量的优化模型可以表示为

$$\begin{aligned} \max \quad & R = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N s_{i,j} R_{i,j} \\ \text{s.t.} \quad & C_1: \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N s_{i,j} (P_{i,j}^s + \sum_{k=1}^N P_{i,j}^k) \leq P_t \\ & C_2: s_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, N \\ & C_3: \sum_{i=1}^N s_{i,j} = 1, \forall j, \quad \sum_{j=1}^N s_{i,j} = 1, \forall i \end{aligned} \quad (12)$$

其中，约束条件 C_1 表示系统的最大输出总功率为 P_t ， $N \times N$ 维的决策矩阵 $\mathbf{s} = \{s_{i,j}\}$ 表示第 i 个子载波与第 j 个子载波的配对情况，如果第 i 个子载波与第 j 个子载波相匹配，则 $s_{i,j} = 1$ ；如果第 i 个子载波不与第 j 个子载波相匹配，则 $s_{i,j} = 0$ 。约束条件 C_2 保证了 $s_{i,j}$ 仅为 0 或 1。约束条件 C_3 则保证了每一个子载波只能和另外一个子载波配对，不会出现重复配对的情况。

3 功率与子载波联合分配算法

式(12)中的 $s_{i,j}$ 只能是 0 或 1，因此，最优化问题是混合整数非线性优化问题^[8]，如果对其直接求解，会有较高的运算复杂度。因此，本文先对 $R_{i,j}$ 内部的 $SNR_{i,j}$ 进行优化，随后再解决外部的功率分配以及子载波配对问题。

3.1 中继功率分配算法

由式(11)可知，对于固定的子载波对 $SP(i, j)$ ，要获得最大的 $R_{i,j}$ ，等价于求取最大的 $SNR_{i,j}$ 。这里

先假设 $P_{i,j}^s$ 与 $\sum_{k=1}^K P_{i,j}^k$ 的值为一个定值, 那么, 为了获得最大的 $SNR_{i,j}$, 就要优化分配各个中继的功率, 故最大化 $SNR_{i,j}$ 的优化问题可以被简化为

$$\begin{aligned} \max SNR_{eq} &= \frac{\left| \sum_{k=1}^K \frac{\sqrt{P_{i,j}^k} h_{i,j}^k g_{i,j}^k}{\sqrt{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}} \right|^2}{1 + \sum_{k=1}^K \frac{\sqrt{P_{i,j}^k} |l_{i,j}^k|^2}{\sqrt{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}}|^2} \\ \text{s.t. } P_{i,j}^r &= \sum_{k=1}^K P_{i,j}^k \end{aligned} \quad (13)$$

为了使每个中继的功率表达式都与 $P_{i,j}^r$ 相关, 引入一个辅助复变量 $a_{i,j}^k$, 这一变量的使用降低了优化问题的分析难度, 使每一个中继的功率表示为

$$P_{i,j}^k = \frac{|a_{i,j}^k|^2}{\sum_{m=1}^K |a_{i,j}^m|^2} P_{i,j}^r \quad (14)$$

将式(14)代入式(13)中, 可以将 SNR_{eq} 重新表示为

$$\begin{aligned} SNR_{eq} &= \frac{\left| \sum_{k=1}^K \frac{|a_{i,j}^k|}{\sqrt{\sum_{m=1}^K |a_{i,j}^m|^2}} \frac{\sqrt{P_{i,j}^r} h_{i,j}^k g_{i,j}^k}{\sqrt{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}} \right|^2}{1 + \sum_{k=1}^K \frac{|a_{i,j}^k|^2}{\sum_{m=1}^K |a_{i,j}^m|^2} \frac{P_{i,j}^r |l_{i,j}^k|^2}{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}} \quad (15) \end{aligned}$$

由于 $\frac{\sum_{k=1}^K |a_{i,j}^k|^2}{\sum_{m=1}^K |a_{i,j}^m|^2} = \sum_{k=1}^K \frac{|a_{i,j}^k|^2}{\sum_{m=1}^K |a_{i,j}^m|^2} = 1$, 式(15)可以重新

改写为

$$\begin{aligned} SNR_{eq} &= \frac{\left| \sum_{k=1}^K \frac{|a_{i,j}^k|}{\sqrt{\sum_{m=1}^K |a_{i,j}^m|^2}} \frac{\sqrt{P_{i,j}^r} h_{i,j}^k g_{i,j}^k}{\sqrt{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}} \right|^2}{\sum_{k=1}^K \frac{|a_{i,j}^k|^2}{\sum_{m=1}^K |a_{i,j}^m|^2} + \sum_{k=1}^K \frac{|a_{i,j}^k|^2}{\sum_{m=1}^K |a_{i,j}^m|^2} \frac{P_{i,j}^r |l_{i,j}^k|^2}{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\left| \sum_{k=1}^K \frac{|a_{i,j}^k|}{\sqrt{\sum_{m=1}^K |a_{i,j}^m|^2}} \frac{\sqrt{P_{i,j}^r} h_{i,j}^k g_{i,j}^k}{\sqrt{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}} \right|^2}{\sum_{k=1}^K \frac{|a_{i,j}^k|^2}{\sum_{m=1}^K |a_{i,j}^m|^2} \frac{P_{i,j}^r |l_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}} \\ &= \frac{\left| \sum_{k=1}^K |a_{i,j}^k| \frac{\sqrt{P_{i,j}^r} h_{i,j}^k g_{i,j}^k}{\sqrt{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}} \right|^2}{\sum_{k=1}^K |a_{i,j}^k|^2 \frac{P_{i,j}^r |l_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}} \quad (16) \end{aligned}$$

定义以下变量用来简化 SNR_{eq} 的表达式。

$$c_{i,j}^k = \frac{\sqrt{P_{i,j}^r} h_{i,j}^k g_{i,j}^k}{\sqrt{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}} \quad (17)$$

$$d_{i,j}^k = \frac{P_{i,j}^r |l_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0}{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0} \quad (18)$$

$$|b_{i,j}^k|^2 = |a_{i,j}^k|^2 d_{i,j}^k \quad (19)$$

将式 (17) ~ 式 (19) 代入式(16)可以得到

$$SNR_{eq} = \frac{\left| \sum_{k=1}^K |a_{i,j}^k| c_{i,j}^k \right|^2}{\sum_{k=1}^K |a_{i,j}^k|^2 d_{i,j}^k} = \frac{\left| \sum_{k=1}^K |b_{i,j}^k| \frac{c_{i,j}^k}{\sqrt{d_{i,j}^k}} \right|^2}{\sum_{k=1}^K |b_{i,j}^k|^2} \quad (20)$$

根据柯西不等式, 式(20)的分子存在最大值为

$$\left| \sum_{k=1}^K |b_{i,j}^k| \frac{c_{i,j}^k}{\sqrt{d_{i,j}^k}} \right|^2 \leq \sum_{k=1}^K |b_{i,j}^k|^2 \sum_{k=1}^K \frac{c_{i,j}^k}{\sqrt{d_{i,j}^k}} = \sum_{k=1}^K |b_{i,j}^k|^2 \sum_{k=1}^K \frac{(c_{i,j}^k)^2}{(d_{i,j}^k)^2} \quad (21)$$

当且仅当 $|b_{i,j}^k|$ 与 $\frac{c_{i,j}^k}{\sqrt{d_{i,j}^k}}$ 线性相关时, 等号成立,

这里取二者相等, 可以得到

$$|b_{i,j}^k| = \frac{c_{i,j}^k}{\sqrt{d_{i,j}^k}} \quad (22)$$

根据式(21)可以得到 SNR_{eq} 的最大值为 $\sum_{k=1}^K \frac{(c_{i,j}^k)^2}{(d_{i,j}^k)^2}$,

此时等号成立, 故由式(22)可以推出

$$\begin{aligned} & (b_{i,j}^k)^2 d_{i,j}^k = (c_{i,j}^k)^2 \\ \Rightarrow & |a_{i,j}^k|^2 (d_{i,j}^k)^2 = (c_{i,j}^k)^2 \\ \Rightarrow & |a_{i,j}^k| d_{i,j}^k = c_{i,j}^k \\ \Rightarrow & |a_{i,j}^k| = \frac{c_{i,j}^k}{d_{i,j}^k} = \frac{\sqrt{P_{i,j}^r} h_{i,j}^k g_{i,j}^k \sqrt{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2} + N_0}{P_{i,j}^r |l_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0} \end{aligned} \quad (23)$$

从而每个中继应当分配的功率可以通过 $|a_{i,j}^k|$ 计算出。

$$P_{i,j}^k = \frac{|a_{i,j}^k|^2}{\sum_{m=1}^K |a_{i,j}^m|^2} P_{i,j}^r \quad (24)$$

3.2 固定子载波对时的功率分配算法

经过 3.1 节的计算, 可以得到子载波对 $SP(i, j)$

下, $P_{i,j}^s$ 与 $\sum_{k=1}^K P_{i,j}^k$ 为定值时, $\sum_{k=1}^K P_{i,j}^k$ 内部各个功率的最优算法, 接下来将分配该子载波对下的 $P_{i,j}^s$ 与 $\sum_{k=1}^K P_{i,j}^k$ 分别所占的功率。

根据式(21)可以得到

$$SNR_{eq} = \sum_{k=1}^K \frac{(c_{i,j}^k)^2}{(d_{i,j}^k)^2} = \sum_{k=1}^K \frac{P_{i,j}^r |h_{i,j}^k|^2 |g_{i,j}^k|^2}{P_{i,j}^r |l_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0} \quad (25)$$

将式(25)代入式(10)得

$$\begin{aligned} SNR_{i,j} &= \sum_{k=1}^K \frac{P_{i,j}^s P_{i,j}^r |h_{i,j}^k|^2 |g_{i,j}^k|^2}{P_{i,j}^r |l_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2 + P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2 + N_0} \cdot \frac{1}{N_0} \\ &= \sum_{k=1}^K \frac{\frac{P_{i,j}^s P_{i,j}^r |h_{i,j}^k|^2 |g_{i,j}^k|^2}{N_0^2}}{\frac{P_{i,j}^r |l_{i,j}^k|^2}{N_0} + \frac{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2}{N_0} + \frac{P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2}{N_0} + 1} \end{aligned} \quad (26)$$

在大信噪比情况下, 可以忽略式(26)分母中的常数 1^[9], 并定义

$$P_{i,j} = 2P_{i,j}^s + P_{i,j}^r \quad (27)$$

$$P_{i,j}^s = \alpha_{i,j} P_{i,j}, P_{i,j}^r = (1 - 2\alpha_{i,j}) P_{i,j}, \alpha_{i,j} \in (0, 0.5) \quad (28)$$

则式(26)可以表示为

$$\begin{aligned} SNR_{i,j} &\approx \sum_{k=1}^K \frac{\frac{P_{i,j}^s P_{i,j}^r |h_{i,j}^k|^2 |g_{i,j}^k|^2}{N_0^2}}{\frac{P_{i,j}^r |l_{i,j}^k|^2}{N_0} + \frac{P_{i,j}^s |h_{i,j}^k|^2}{N_0} + \frac{P_{i,j}^s |g_{i,j}^k|^2}{N_0}} \\ &= P_{i,j} \sum_{k=1}^K \frac{\frac{\alpha_{i,j} (1 - 2\alpha_{i,j}) |h_{i,j}^k|^2 |g_{i,j}^k|^2}{N_0^2}}{\frac{(1 - 2\alpha_{i,j}) |l_{i,j}^k|^2}{N_0} + \frac{\alpha_{i,j} |h_{i,j}^k|^2}{N_0} + \frac{\alpha_{i,j} |g_{i,j}^k|^2}{N_0}} \end{aligned} \quad (29)$$

定义子载波对 $SP(i, j)$ 的等效信道增益 $\omega_{i,j}$ 为

$$\omega_{i,j} = \sum_{k=1}^K \frac{\frac{\alpha_{i,j} (1 - 2\alpha_{i,j}) |h_{i,j}^k|^2 |g_{i,j}^k|^2}{N_0^2}}{\frac{(1 - 2\alpha_{i,j}) |l_{i,j}^k|^2}{N_0} + \frac{\alpha_{i,j} |h_{i,j}^k|^2}{N_0} + \frac{\alpha_{i,j} |g_{i,j}^k|^2}{N_0}} \quad (30)$$

根据式(30), $\omega_{i,j}$ 是关于变量 $\alpha_{i,j}$ 的单调函数, 其最优解可以通过二分法计算出来。在求得 $\omega_{i,j}$ 的最优值之后, 就可以根据已分配的特定子载波对 $SP(i, j)$ 的功率 $P_{i,j}$ 计算出源节点与中继节点所需分配的功率大小, 从而获得当前 $SP(i, j)$ 下的最优功率分配。

3.3 功率与子载波联合分配算法

将式(29)与式(30)代入式(11), 可以得到子载波对 $SP(i, j)$ 下的信道容量为

$$R_{i,j} = \text{lb}(1 + SNR_{i,j}) = \text{lb}(1 + \omega_{i,j} P_{i,j}) \quad (31)$$

因此, 式(12)中提出的双向中继 OFDM 系统容量最大化问题可以改写为

$$\begin{aligned} \max & R = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N s_{i,j} \text{lb}(1 + \omega_{i,j} P_{i,j}) \\ \text{s.t. } & C_1: \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N s_{i,j} P_{i,j} \leq P_t \\ & C_2: s_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, N \\ & C_3: \sum_{i=1}^N s_{i,j} = 1, \forall j, \quad \sum_{j=1}^N s_{i,j} = 1, \forall i \end{aligned} \quad (32)$$

式(32)中的最优化目标是一个混合整数规划模型, 直接求解的难度过高, 因此, 本节先将其转化为线性规划, 再进行求解。式(32)中约束条件 C_2 要求 $s_{i,j}$ 只能取整数 0 或 1, 为了将目标函数线性化, 定义一个新的决策矩阵 $\tilde{s} = \{\tilde{s}_{i,j}\}$, 其中, $\tilde{s}_{i,j}$ 可以取

得 $[0,1]$ 内的任意数, 并用 $\frac{\tilde{P}_{i,j}}{\tilde{s}_{i,j}}$ 代替 $P_{i,j}$, 那么, 原优化目标函数可以转化为

$$\begin{aligned} \max R &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \tilde{s}_{i,j} \text{lb}(1 + \omega_{i,j} \frac{\tilde{P}_{i,j}}{\tilde{s}_{i,j}}) \\ \text{s.t. } C_1 &: \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \tilde{P}_{i,j} \leq P_t \\ C_2 &: \tilde{s}_{i,j} \in [0,1] \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, N \\ C_3 &: \sum_{i=1}^N \tilde{s}_{i,j} = 1, \forall j, \quad \sum_{j=1}^N \tilde{s}_{i,j} = 1, \forall i \end{aligned} \quad (33)$$

从式(33)可以看出, 目标优化函数是一个关于 $\tilde{P}_{i,j}$ 的凹函数, 约束条件同样符合凸规划条件, 因此, 可以在该函数的拉格朗日对偶域中找到全局最优变量。

式(33)的拉格朗日函数如下

$$L(\tilde{s}, \tilde{\mathbf{P}}, \lambda) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \tilde{s}_{i,j} \text{lb}(1 + \omega_{i,j} \frac{\tilde{P}_{i,j}}{\tilde{s}_{i,j}}) - \lambda (\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \tilde{P}_{i,j} - P_t) \quad (34)$$

其中, $\tilde{\mathbf{P}}$ 表示关于 $\{\tilde{P}_{i,j}\}$ 的矩阵, λ 是式(33)中约束条件 C_1 的拉格朗日系数。式(34)的对偶规划为

$$\begin{aligned} g(\lambda) &= \max L(\tilde{s}, \tilde{\mathbf{P}}, \lambda) \\ \text{s.t. } C_1 &: \tilde{s}_{i,j} \in [0,1], \forall i, j = 1, 2, \dots, N \\ C_2 &: \sum_{i=1}^N \tilde{s}_{i,j} = 1, \forall j, \quad \sum_{j=1}^N \tilde{s}_{i,j} = 1, \forall i \end{aligned} \quad (35)$$

根据 KKT 条件, 可以得到在子载波对 $SP(i, j)$ 对应分配的功率为

$$\tilde{P}_{i,j} = \left[\frac{1}{\lambda \ln 2} - \frac{1}{\omega_{i,j}} \right]^+ \tilde{s}_{i,j} \quad (36)$$

$$P_{i,j} = \frac{\tilde{P}_{i,j}}{\tilde{s}_{i,j}} = \left[\frac{1}{\lambda \ln 2} - \frac{1}{\omega_{i,j}} \right]^+ \quad (37)$$

其中, $[x]^+ = \max(0, x)$ 。

将式(37)代入式(34), 并将 λ 看作常量, 那么子载波配对的优化目标为

$$\begin{aligned} \max & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N s_{i,j} (\text{lb}(1 + \omega_{i,j} P_{i,j}) - \lambda \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P_{i,j}) \\ \text{s.t. } C_1 &: s_{i,j} \in \{0,1\} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, N \\ C_2 &: \sum_{i=1}^N s_{i,j} = 1, \forall j, \quad \sum_{j=1}^N s_{i,j} = 1, \forall i \end{aligned} \quad (38)$$

应用匈牙利算法即可计算出最优的决策矩阵 $\mathbf{s} = \{s_{i,j}\}$ 。

对偶规划式(35)的最小值, 即为获得拉格朗日函数式(35)的最优值。这里应用次梯度算法计算

$$\min g(\lambda), \text{ s.t. } \lambda \geq 0 \quad (39)$$

显然, 根据文献[9], 式(38)中的最优化问题总是存在整数二元最优解。因而, 这个最优化问题转化成典型的二维背包问题, 并可以通过匈牙利算法求得最优解, 其复杂度为 $O(N^3)$ 。本文所提出的功率与子载波联合分配算法具体实现步骤如下。

步骤 1 获取瞬时信道信息, 目的节点通过训练序列获得各信道的瞬时信道信息。

步骤 2 根据式(30)计算子载波对 $SP(i, j)$ 的等效信道增益 $\omega_{i,j}$, 并使用二分法在 $(0,1]$ 求得 $\alpha_{i,j}^*$, 使等效信道增益 $\omega_{i,j}$ 取得最大值。

步骤 3 选取合适的拉格朗日因子 λ_n 的初始值 λ_0 , n 为次梯度算法的迭代次数。

步骤 4 将当前的 λ_n 代入式(37), 计算出不同子载波对 $SP(i, j)$ 情况下的功率分配值 $P_{i,j}$ 。

步骤 5 定义决策矩阵 $\mathbf{s} = \{s_{i,j}\}$, $s_{i,j} = 1$ 表示第 i 个子载波和第 j 个子载波对进行配对, $s_{i,j} = 0$ 表示第 i 个子载波不和第 j 个子载波对进行配对。根据已经计算出的 $P_{i,j}$ 与 $\omega_{i,j}$, 应用匈牙利算法进行子载波匹配, 算出决策矩阵 \mathbf{s} 。

步骤 6 用已经算出来决策矩阵 \mathbf{s} 和功率分配 $P_{i,j}$ 更新 λ , 利用次梯度方法取 $\lambda_{n+1} = [\lambda_n - st_n (P_t - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N s_{i,j} P_{i,j})]^+$ 更新迭代因子, 其中, st_n 是与 n 相关的变量, 用来控制每次迭代的步长。

步骤 7 比较 λ_{n+1} 与 λ_n 的值, 如果 $|\lambda_{n+1} - \lambda_n|$ 的值小于一个固定的常数, 则说明此次迭代算出的各个值为最优解, 转到步骤 8; 否则用 λ_{n+1} 代替 λ_n , 转到步骤 4, 重复迭代过程。

步骤 8 根据本次迭代获得的决策矩阵 $\mathbf{s} = \{s_{i,j}\}$, 用已经计算出的 $P_{i,j}$ 与 $\alpha_{i,j}$ 的值计算出对应的 $P_{i,j}^s$ 与 $P_{i,j}^k$ 。

步骤 9 将资源分配信息广播给所有节点。

本文所研究的双向中继 OFDM 系统的资源分配算法采用中继合用子载波的方式, 使所有中继共用子载波提高接收节点的分集增益, 并应用柯西不等式简化了源节点与中继节点的功率分配, 降低了算法复杂度, 同时, 只需要传输很少的决策信令信

息，大部分计算在节点本地完成，大大降低了额外消耗。此外，本文应用柯西不等式结合二分法对传统的优化算法进行了简化，避免了大量等效信道增益的计算，在降低算法复杂度的同时能提供与传统优化算法近似相等的性能。

4 仿真结果和分析

通过仿真的方法对本文提出的多中继多用户 OFDM 系统中资源联合分配算法进行分析，并与其他算法进行比较。分析中比较的算法为文献[10]中提出的最优中继选择算法和文献[11]中应用的中继分子载波算法以及等功率分配算法。仿真环境中，假设所有子载波信道服从瑞利衰落，各个节点之间的信道增益服从零均值的复高斯分布，其中，2 个源节点到中继节点之间的信道方差为 1，2 个源节点之间的信道不被使用，所有噪声的方差为 1。

图 2 为不同资源分配算法的平均信道容量的比较，其中，中继个数为 4，子载波对数为 30。图 2 中横坐标中的 P 表示系统可用的发射总功率， $\frac{P}{N_0}$ 表

示对接收端噪声归一化之后的发射功率。纵坐标表示本文的优化目标，系统的平均信道容量。图 2 中对比了 4 种不同的子载波配对算法。其中，OP 表示本文提出的系统资源联合优化算法；EQ 表示等功率分配算法，所有中继节点与发送节点在所有子载波对上的发送功率均相同；SP 是文献[11]中提出的中继分子载波算法，该算法中每对子载波只能被一个中继使用，所有中继不能使用同一个子载波；RS 是文献[10]中提出的最优中继选择算法，先根据系统的瞬时信道状态信息从所有中继中选择一个最优的，再进行系统资源分配。由图 2 可以看出，本文提出的系统资源联合分配算法拥有很好的系统性能，这种性能增益是由中继合用子载波机制所带来的。允许中继合用子载波，则多个中继节点可以使用同一个子载波转发源节点发送的信号，相对于文献[10,11]中规定的一个子载波对只能分配给一个中继，这相当于单载波网络中多中继与单中继的差别。允许多个中继同时转发同一个子载波对为系统提供额外的协作分集增益，虽然增加了算法的复杂度，但是可以进一步提高系统的频谱效率。而对比文献[10,11]中的一个子载波对只能分配给一个中继，这种做法虽然简化了问题，但是牺牲了系统的性能。

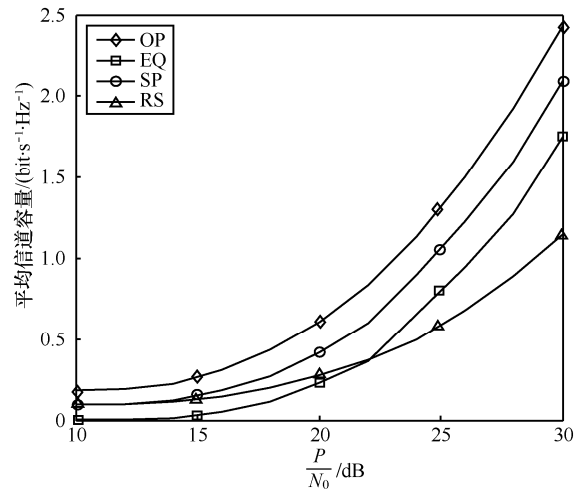


图 2 不同资源分配算法的平均信道容量比较

图 3 在不同中继个数情况下，比较了几种资源分配算法的平均信道容量，其中， $\frac{P}{N_0}$ 为 20 dB，子

载波数为 30。由图 3 可以看出，相比于其他 3 种资源分配算法，本文所提出的算法明显对系统平均信道容量的提升更大。同时，随着中继个数的增加，本文所提出的算法可以灵活分配系统资源，几乎呈线性提升系统容量。SP 算法同样可以随着中继个数的增加提升系统容量，但是由于中继分开使用子载波，没有充分利用多个中继的分集作用，故其曲线上涨速率相对比较缓慢。RS 算法在分配系统资源之前先进行最优中继选择，故该算法性能受中继个数的影响较小。而对于 EQ 等功率算法，中继个数的增多导致每个节点分配得到的功率减小，并不能根据信道情况合理分配系统资源，因此，该算法性能随中继的增多而逐渐降低。

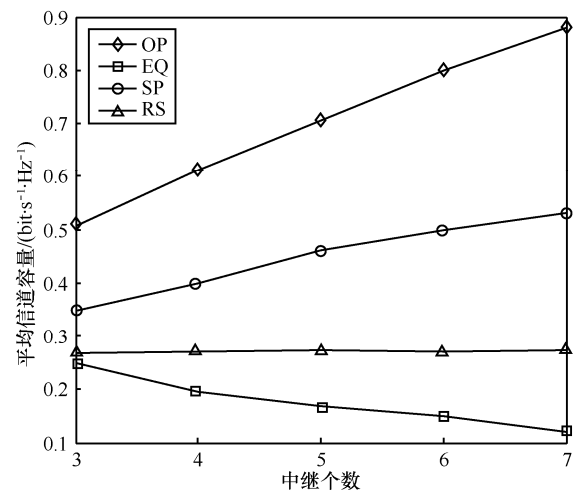


图 3 不同中继个数情况下平均信道容量比较

图 4 在子载波数不同的情况下, 比较了几种资源分配算法的平均信道容量, 其中, $\frac{P}{N_0}$ 为 20 dB, 中继个数为 4。由图 4 可以看出, 相比于其他 3 种资源分配算法, 本文算法的系统平均信道容量性能是最好的, 这种性能增益提升来源于中继合用子载波的机制, 子载波对越多, 该算法也随之近似线性地增加系统分集增益, 这一点可以从 OP 曲线与 SP 曲线中清晰地看出。

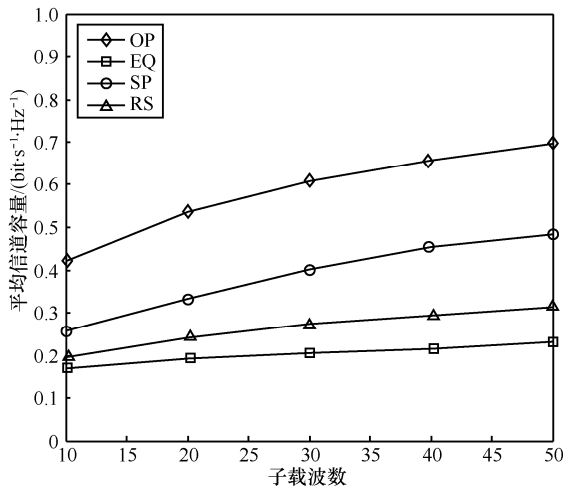


图 4 不同子载波数情况下平均信道容量比较

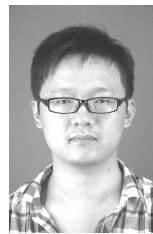
5 结束语

本文在双向多中继 OFDM 网络中, 提出了一种高信噪比下的功率分配与子载波配对的联合算法。与传统的基于中继选择的算法不同, 本文算法允许所有中继转发同一子载波对, 从而提高系统的额外分集增益。算法在系统总功率受限的条件下, 首先应用柯西不等式优化分配了所有中继总功率一定时各个中继的最优功率, 简化原有的最优系统模型; 再应用二分法, 通过最大化不同子载波对下的等效信道增益计算出源节点与中继节点的功率分配; 最后通过凸规划分配不同子载波对的功率, 并应用匈牙利算法进行子载波配对, 获得最大的系统容量。由于双向多中继网络中功率分配算法过于复杂, 目前尚没有计算复杂度较低的最优的功率分配方式, 本文提出的算法大大降低了功率分配的复杂度, 并通过仿真验证了算法的正确性, 通过对比仿真结果显示中继转发同一子载波对时, 结合功率和子载波联合分配给系统能量效率带来了很大的增益。

参考文献:

- [1] RANKOV B, COMMUN E Z, WITTNEBEN A. Spectral efficient protocols for half-duplex fading relay channels[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2007, 25(2): 379-389.
- [2] SUN C, YANG C Y. Is two-way relay more energy efficient?[C]//IEEE Communications Society. 2011.
- [3] ZHOU M, CUI Q M. Energy-efficient relay selection and power allocation for two-way relay channel with analog network coding[J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(6): 816-819.
- [4] JUNGHYUN K, MYEONGSU H. A new power allocation scheme with relay selection in multinode AF relay networks[C]//Military Communications Conference. 2007: 1-5.
- [5] DANG W B, TAO M X, MU H, et al. Subcarrier-pair based resource allocation for cooperative multi-relay OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(5): 1640-1649.
- [6] ZHANG H, LIU Y, TAO M X. Resource allocation with subcarrier pairing in OFDMA two-way relay networks[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2012, 1(2): 61-64.
- [7] LI X, ZHANG Q. Joint power allocation and subcarrier pairing for cooperative OFDM AF multi-relay networks[J]. IEEE Communications Letters, 2013, 17(5): 872-875.
- [8] BOYD S, VANDENBERGHE L. Convex optimization[M]. Cambridge University Press. 2004.
- [9] GARFINKEL R S, NEMHAUSER G L. Integer programming[M]. New York: Wiley, 1972.
- [10] WU S W, ZHU J K. A statistic channel information-based relay selection scheme in cooperative networks[C]//Global Mobile Congress. 2009: 1-5.
- [11] JIANG Q, LIAO X W, CHEN H B. Joint power allocation and subcarrier assignment for two-way OFDM multi-relay system[C]//2013 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). 2013: 709-714.

作者简介:



梁轩伟 (1991-), 男, 江苏徐州人, 南京邮电大学硕士生, 主要研究方向为无线通信、协作通信。



朱琦 (1965-), 女, 江苏苏州人, 南京邮电大学教授、博士生导师, 主要研究方向为下一代移动通信、宽带无线接入、OFDM 技术、信道和信源编码技术和无线资源动态分配技术等。

梁广俊 (1982-), 男, 安徽芜湖人, 南京邮电大学博士生, 主要研究方向为无线通信网络中的资源分配与优化、中继通信。